

คณิตศาสตร์

$$\begin{aligned}
 1. \text{ วิธีทำ } \frac{2 \sin(-330^\circ) + \tan(-405^\circ)}{\cot^2 225^\circ} &= \frac{-2 \sin 330^\circ - \tan 405^\circ}{\cot^2 225^\circ} \\
 &= \frac{-2 \sin(360^\circ - 30^\circ) - \tan(360^\circ + 45^\circ)}{\cot^2 225^\circ} \\
 &= \frac{2 \sin 30^\circ - \tan 45^\circ}{\cot^2 45^\circ} \\
 &= \frac{2 \cdot \frac{1}{2} - 1}{1^2} \\
 &= 0
 \end{aligned}$$

ตอบ ตัวเลือก 1

$$\begin{aligned}
 2. \text{ วิธีทำ } &(\sec \theta - \tan \theta)(\sec \theta + \tan \theta)^2 \\
 &= [(\sec \theta - \tan \theta)(\sec \theta + \tan \theta)](\sec \theta + \tan \theta) \\
 &= (\sec^2 \theta - \tan^2 \theta)(\sec \theta + \tan \theta)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{จาก } (\sec^2 \theta - \tan^2 \theta) &= 1 \\
 &= \sec \theta + \tan \theta \\
 &= \frac{1}{\cos \theta} + \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \\
 &= \frac{1 + \sin \theta}{\cos \theta}
 \end{aligned}$$

ตอบ ตัวเลือก 2

3. เฉลย ตอบ ก.

$$\sin 2A = 2 \sin A \cos A \text{ -----(1)}$$

หา $\sin A$

$$x + y = 2 \sin A$$

$$\sin A = \frac{x+y}{2} \text{ -----(2)}$$

หา $\cos A$

$$x - y = 2 \cos A$$

$$\cos A = \frac{x-y}{2} \text{ -----(3)}$$

แทน (2) และ (3) ใน (1) ได้

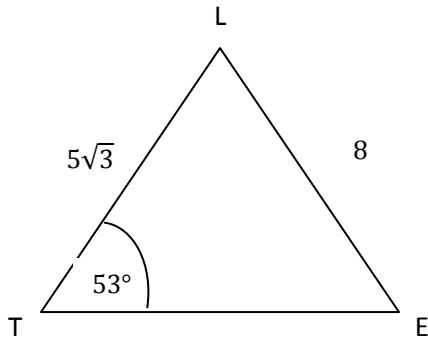
$$\sin 2A = 2 \left(\frac{x+y}{2} \right) \left(\frac{x-y}{2} \right)$$

$$\therefore \sin 2A = \frac{(x+y)(x-y)}{2} \quad \text{ตอบ}$$

4. เฉลย ตอบ ค.

$$2 \cos 3E = 2(4\cos^3 E - 3 \cos E) \text{ -----(1)}$$

หา $\cos E$



กฎของ sine

$$\frac{LE}{\sin T} = \frac{TL}{\sin E}$$

$$\frac{8}{\sin 53^\circ} = \frac{5\sqrt{3}}{\sin E}$$

$$\sin E = \frac{5\sqrt{3}}{8} \sin 53^\circ$$

$$\sin E = \left(\frac{5\sqrt{3}}{8}\right) \left(\frac{4}{5}\right)$$

$$\sin E = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

แสดงว่า $E = 60^\circ$

$$\therefore \cos E = \frac{1}{2}$$

แทนค่า $\cos E = \frac{1}{2}$ ลงใน (1) ได้

$$2 \cos 3E = 2 \left[4 \left(\frac{1}{2} \right)^3 - 3 \left(\frac{1}{2} \right) \right]$$

$$= 2 \left[\frac{1}{2} - \frac{3}{2} \right]$$

$$2 \cos 3E = -2 \quad \text{ตอบ}$$

5. วิธีทำ จาก $2^{2x+1} - 5 \cdot 2^{x+1} + 8 = 0$

จะได้ว่า $2(2^x)^2 - 5 \cdot 2(2)^x + 8 = 0$

$$2(2^x)^2 - 10(2)^x + 8 = 0$$

ให้ A แทน 2^x จะได้ $2(A)^2 - 10A + 8 = 0$

$$(2A - 2)(A - 4) = 0$$

$$A = 1, 4$$

แทนค่า A กลับคืน ; $2^x = 1, 2^x = 4$

$$x = 0, x = 2$$

เนื่องจาก $0, 1, 2, 4$ อยู่ใน $(-2, 5)$ ดังนั้นคำตอบคือข้อ ค.

6. วิธีทำ จาก $\log_{25} 5^{(2x^2-13)} + \log_{25} 5^{2x} + \log(1.78)^2 = 2x$

จะได้ $\log_{5^2} [5^{(2x^2-13)} \cdot 5^{2x}] + \log(1.78)^2 = 2x$

$$\frac{1}{2} \log_5 5^{(2x^2+2x-13)} + 2 \log 1.78 = 2x$$

โจทย์กำหนด $\text{Antilog } 0.25 = 1.78$ ซึ่งมีความหมายว่า $\log 1.78 = 0.25$ จะได้ว่า

$$\frac{1}{2}(2x^2 + 2x - 13) + 2(0.25) = 2x$$

$$(2x^2 + 2x - 13) + 1 = 4x$$

$$2x^2 - 2x - 12 = 0$$

$$(2x + 4)(x - 3) = 0$$

$$x = -2, 3 \text{ ดังนั้นผลบวกของค่า } x \text{ คือ } -2 + 3 = 1$$

เพราะฉะนั้น ข้อนี้ตอบ ข.

7. วิธีทำ $|(7 - 24i)(3 + 4i)z^6| = 1$ แล้ว $z \cdot \bar{z}$ มีค่าเท่าใด (สมาคมคนรักแมวแห่งชาติ)

$$|7-24i| |3+4i| |z^6| = 1$$

$$(\sqrt{7^2 + (-24)^2})(\sqrt{3^2 + 4^2})|z^6| = 1$$

$$(25)(5)|z^6| = 1$$

$$|z^6| = \frac{1}{5^3}$$

$$|z^2|^3 = \frac{1}{5^3}$$

$$|z^2| = \frac{1}{5}$$

$$z \cdot \bar{z} = \frac{1}{5} \text{ ตอบ ง.}$$

8. วิธีทำ กำหนด $Z_1 = 4(\cos \frac{7\pi}{24} + i \sin \frac{7\pi}{24})$ $Z_2 = 3(\sin \frac{3\pi}{8} + i \sin \frac{\pi}{8})$ $Z_3 = 6(\cos \frac{\pi}{12} - i \sin \frac{\pi}{12})$

ดังนั้น $\frac{Z_1 Z_2}{Z_3}$ มีค่าเท่ากับข้อใด (สมาคมคนหน้าตาดี)

$$Z_1 = 4 \left(\cos \frac{7\pi}{24} + i \sin \frac{7\pi}{24} \right) = 4 \text{cis} \frac{7\pi}{24}$$

$$Z_2 = 3 \left(\sin \frac{3\pi}{8} + i \sin \frac{\pi}{8} \right) = 3 \operatorname{cis} \frac{\pi}{8} \text{ โดยที่ } \sin \frac{3\pi}{8} = \cos \frac{\pi}{8} \text{ จาก co-function}$$

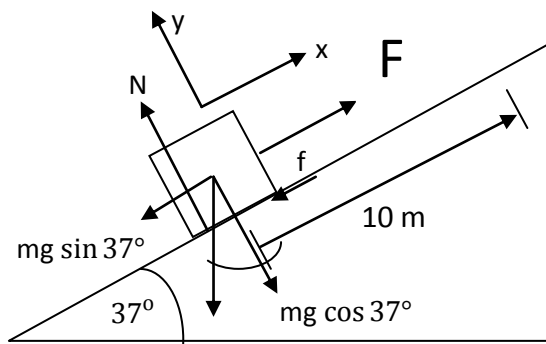
$$Z_3 = 6 \left(\cos \frac{\pi}{12} - i \sin \frac{\pi}{12} \right) = 6 \left[\cos \left(\frac{-\pi}{12} \right) + i \sin \left(\frac{-\pi}{12} \right) \right] = 6 \operatorname{cis} \left(\frac{-\pi}{12} \right)$$

โดยที่ $\cos \frac{\pi}{12} = \cos \left(\frac{-\pi}{12} \right)$, $\sin \left(\frac{-\pi}{12} \right) = -\sin \frac{\pi}{12}$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{Z_1 Z_2}{Z_3} &= \frac{(4)(3)}{(6)} \operatorname{cis} \left[\frac{7\pi}{24} + \frac{\pi}{8} - \left(-\frac{\pi}{12} \right) \right] \\ &= 2 \operatorname{cis} \left[\frac{7\pi + 3\pi + 2\pi}{24} \right] \\ &= 2 \operatorname{cis} \frac{\pi}{2} = 2 \left[\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2} \right] = 2i \text{ ตอบ ก.} \end{aligned}$$

ฟิสิกส์

1. แนวความคิด เนื่องจากเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วคงที่ ($\sum F = 0$)



แกน y ; $N = mg \cos 37^\circ$ ___(1)

แกน x ; $F = mg \sin 37^\circ + \mu N$ ___(2)

แทน (1) ใน (2) ;

$$F = mg \sin 37^\circ + \mu (mg \cos 37^\circ)$$

$$= (10)(10)\left(\frac{3}{5}\right) + \left(\frac{2}{10}\right)(10)(10)\left(\frac{4}{5}\right)$$

$$= 60 + 16$$

$$= 76 \text{ N}$$

หางานจาก

$$W = FS \cos \theta \quad (\theta \text{ คือมุมระหว่าง } F \text{ กับ } S : \theta = 0^\circ)$$

$$= (76)(10)(1) = 760 \text{ J} \quad \text{___ Ans.}$$

2. แนวคิด จากกฎการอนุรักษ์พลังงาน $E_A = E_B = E_C$ (พลังงานคงรวมทุกจุดมีค่าคงที่)

เนื่องจากไม่มีแรงเสียดทาน พลังงานมีการเปลี่ยนรูปดังนี้ $E_P \rightarrow E_K \rightarrow E_{PS}$

$$Mgh = \frac{1}{2} k X^2$$

$$X^2 = \frac{2Mgh}{k} = \frac{2(5.00)(10)(2.5)}{1000} = 0.25$$

$$x = 0.5 \text{ m} \text{ หรือ } 50.0 \text{ cm} \quad \text{--- Ans.}$$

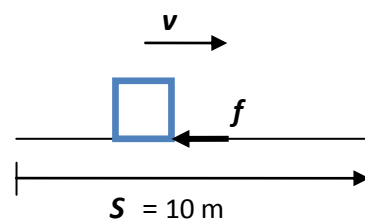
ลองคิดดู จากโจทย์ ถ้าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานที่พื้นจาก B ไป C เป็น 0.5 จะทำอย่างไร

$$E_A + W_{B \rightarrow C} = E_C ; \quad Mgh + (-fs) = \frac{1}{2} k X^2$$

$$Mgh - \mu Mg s = \frac{1}{2} k X^2$$

$$X^2 = \frac{2Mg(h-\mu s)}{k} = \frac{2(5.00)(10)(2.5-0.5)}{1000} = \frac{2}{100}$$

$$x = \frac{\sqrt{2}}{10} = 0.14 \text{ m} \quad \text{--- (ตัวอย่างเพิ่มให้น้องครับ ^^)}$$



3. เฉลย ข้อ ก

จากกฎการอนุรักษ์โมเมนตัม v_1

$$\sum P \text{ ก่อน} = \sum P \text{ หลัง}$$

$$0 = \frac{m}{2} v_1 + \frac{m}{2} v_2$$

$$-\frac{m}{2} v_1 = \frac{m}{2} v_2$$

$$-v_1 = v_2$$

$$v_1 = -v_2$$

โจทย์ต้องการหาความเร็วสัมพัทธ์ของ v_2 เมื่อเทียบกับ v_1

$$v_{2/1} = v_2 - v_1$$

$$v_{2/1} = v_2 - (-v_2)$$

$$v_{2/1} = 2v_2$$

4. เฉลยข้อ ข.

จากกฎการอนุรักษ์โมเมนตัม

$$\begin{aligned}\sum P \text{ ก่อน} &= \sum P \text{ หลัง} \\ Mu - mu &= Mv + mu \\ Mu - mu - mu &= Mv \\ \frac{Mu - 2mu}{M} &= v \\ \left(\frac{M - 2m}{M}\right)u &= v\end{aligned}$$

5. ตอบ ข้อ ข.

ก. A,E เฟสตรงกันแต่ G มีเฟสต่างจาก A,E =180 องศา

ข. ทั้ง B,F,J มีเฟสตรงกันทั้งหมด เพราะห่างกัน 360 องศา

ค. C,G มีเฟสตรงกัน แต่ J มีเฟสต่างจาก C,G =270 องศา

ง. C,G มีเฟสตรงกัน แต่ A มีเฟสต่างจาก C,G =180 องศา

6. ตอบ ข้อ ข.

วิธีทำ สูตรหาจำนวนช่องของเกรตติง $d = \frac{1}{N}$

จะได้ $d = \frac{1}{2,500} = 4 \times 10^{-4} \text{ cm}$

จาก $d(\sin\theta) = n\lambda$

แทนค่า $(4 \times 10^{-4}) \times \sin(30) = 2 \times \lambda$

$$(4 \times 10^{-4}) \times \frac{1}{2} = 2 \times \lambda$$

$$(4 \times 10^{-4}) \times \frac{1}{4} = \lambda$$

$$\lambda = 10^{-4} \text{ cm}$$

เพราะฉะนั้นค่าของ λ ในหน่วย นาโนเมตรได้ $\frac{10^{-4} \times 10^{-2}}{10^{-9}} = 1,000$ นาโนเมตร

7. โจน์บ็อก

$$\frac{\lambda}{4} = 10 \text{ cm.}; \lambda = 40 \text{ cm.} = 0.4 \text{ m}$$

$$t = 15 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$v = 331 + 0.6(t) = 331 + 0.6(15) = 340 \text{ m/s}$$

$$v = f\lambda; f = \frac{v}{\lambda} = \frac{340}{0.4} = 850 \text{ Hz.}$$

8. โจน์บ็อก

$$v_s = 10 \text{ m/s}$$

$$f_o = 100 \text{ Hz}$$

$$v_L = -30 \text{ m/s (มีทิศส่วนทางกับ "ทิศจากแหล่งกำเนิดมายังผู้ฟัง")}$$

$$u = 330 \text{ m/s}$$

$$f_s = \frac{(u - vl)f_o}{(u - vs)} = \frac{(330 + 30)100}{(330 - 10)} = 112.5 \text{ Hz}$$

เคมี

1. เกลย ตอบข้อ ก.

$$\text{จาก สูตรโมเลกุล} = (\text{สูตรอย่างง่าย})_n$$

1) หาสูตรอย่างง่าย

$$\begin{array}{rcl}
 \text{A} & : & \text{X} \\
 \frac{50}{20} & : & \frac{50}{40} \\
 1.25 \text{หาร;} & \frac{2.5}{1.25} \cdot & \frac{1.25}{1.25} \\
 & 2 & : & 1
 \end{array}$$

สูตรอย่างง่าย คือ A_2X

$$\text{มี มวลคือ } (2 \times 20) + 40 = 80$$

2) หา n

$$\text{จาก มวลของ สูตรอย่างง่าย} \times n = \text{มวลโมเลกุล}$$

$$\text{แทนค่า } 80 \times n = 160$$

$$n = 2$$

$$\text{สูตรโมเลกุล} = (A_2X)_2 = A_4X_2$$

2. เฉลย ตอบ ข้อ ง.

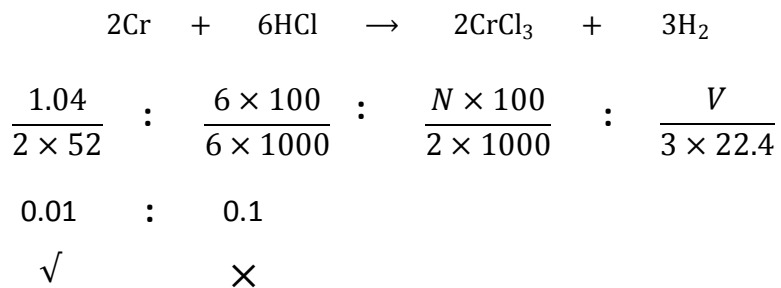
วิธีทำ โมลเหล็กเท่าแสดงว่า โมลเท่า $mol_{Fe} = mol_C$

$$\text{จาก } mol = \frac{g}{M} ; \quad \frac{g}{55} = \frac{45}{12}$$

แก้สมการ ได้ $g = 208.5$ กรัม (ใกล้เคียงข้อ ง. มากที่สุด)

3. เฉลยข้อ ข.

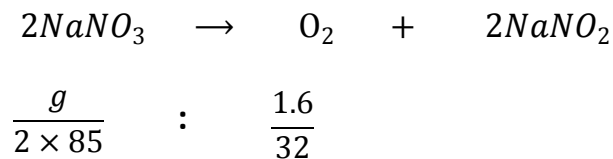
แนวคิด เมื่อนำมาเขียนสมการจะได้ดังนี้



$$\therefore CrCl_3 \text{ จะเข้มข้น} = \frac{0.01 \times 2 \times 1000}{100} = 0.2 \text{ mol/dm}^3$$

4. เฉลยข้อ ง

แนวคิด เมื่อนำมาเขียนสมการจะได้ดังนี้



$$\therefore g = 8.5 \text{ กรัม}$$

5. เฉลย ก.

แนวคิด 1) ถูก เพราะ เพชรประกอบด้วยธาตุคาร์บอนที่มีโครงสร้างแบบ โครงผลึกร่างตาข่าย
2) ถูก เพราะ ถ้าของเหลวมีความดันไอ = ความดันบรรยากาศ ของเหลวจะเริ่มเดือด
และถ้ามีความดันไอมากกว่า ความดันบรรยากาศ ของเหลวจะเดือดอย่างต่อเนื่อง

3) ผิด เพราะ น้ำหอมระเหยง่ายกว่าน้ำ จึงมีความดันไอน้ำมากกว่า

4) ผิด เพราะ จากโจทย์คือกฎของชาร์ล

กฎของเกย์-ลุสแซค กล่าวว่า ถ้าโมลและปริมาตรของก๊าซคงที่
จะได้ความดันแปรผันตามอุณหภูมิ

6. เฉลย

ข.

แนวคิด

$$M_{CH_4} = 12 + 1(4) = 16$$

$$V = \frac{300}{1000} = 0.3 \text{ dm}^3$$

$$T = 27 + 273 = 300 \text{ K}$$

$$P = \frac{1520}{760} = 2 \text{ atm}$$

$$R = 0.08 \frac{\text{atm} \cdot \text{dm}^3}{\text{mol} \cdot \text{K}}$$

$$\text{จาก } PV = \frac{g}{M}RT$$

$$2(0.3) = \frac{g}{16} (0.08)(300)$$

$$g = \frac{2(0.3) \times 16}{(0.08)(300)} = \frac{2 \times 30 \times 16}{8(300)} = 0.4 \text{ กรัม}$$

7. เฉลย ค.

จากการทดลอง หากกฎอัตราได้ดังนี้

ให้ x, y และ z เป็นอันดับของปฏิกิริยาเมื่อเทียบกับสาร A, B และ C ตามลำดับ

$$\text{หา } x \text{ จาก } \frac{\text{การทดลองที่ 2}}{\text{การทดลองที่ 1}} \text{ ได้ว่า } \left(\frac{2.0}{1.0}\right)^x = \frac{40}{20}$$

$$2^x = 2$$

$$\therefore x = 1$$

$$\text{หา } y \text{ จาก } \frac{\text{การทดลองที่ 4}}{\text{การทดลองที่ 1}} \text{ ได้ว่า } \left(\frac{2.0}{1.0}\right)^y = \frac{80}{20}$$

$$2^y = 4$$

$$\therefore y = 2$$

$$\text{หา } z \text{ จาก } \frac{\text{การทดลองที่ 3}}{\text{การทดลองที่ 1}} \text{ ได้ว่า } \left(\frac{2.0}{1.0}\right)^z = \frac{20}{20}$$

$$2^z = 1$$

$$\therefore z = 0$$

ดังนั้น กฎอัตราของปฏิกิริยานี้คือ $R = k[A]^1[B]^2[C]^0$, เมื่อ k คือค่าคงที่ของปฏิกิริยา

ข้อ 1 ถูก เพราะอันดับของปฏิกิริยาเมื่อเทียบกับสาร C มีค่าเป็น 0

ข้อ 2 ผิด เพราะอันดับรวมของปฏิกิริยารวมมีค่าเท่ากับ $X + Y + Z = 1 + 2 + 0 = 3$

ข้อ 3 ถูก เพราะเมื่อแทนค่าความเข้มข้นของสาร A, B, C และอัตราการเกิดปฏิกิริยาเคมีจากการทดลองที่ 1 ลงในสมการกฎอัตราได้ว่า

$$20 = k[1.0]^1[1.0]^2[1.0]^0$$

$$20 = k[1.0]^3$$

$$k = \frac{20}{1.0}$$

$$k = 20$$

ดังนั้น ค่าคงที่ของปฏิกิริยานี้มีค่าเท่ากับ 20

ข้อ 4 ผิด ความเข้มข้นของสาร B มีผลต่ออัตราการเกิดปฏิกิริยามากกว่าความเข้มข้นของสาร A เนื่องจากมีอันดับของปฏิกิริยามากกว่าสาร A ($Y > X$ หรือ $2 > 1$)

8. เกลย ง.

ปฏิกิริยานี้เป็นปฏิกิริยาที่มีกลไกในการเกิด 4 ขั้นตอน ขั้นตอน $X \rightarrow Y$ (ขั้นที่ 2) เกิดช้าเป็นขั้นตอนกำหนดอัตรา ดังนั้นพลังงานก่อกัมมันต์ของปฏิกิริยารวมนี้เท่ากับพลังงานก่อกัมมันต์ในขั้นตอนที่ 2 บวกกับพลังงานในช่วง $A + 2B$ กับ X

